# TESTIRANJE PRILAGODBE $\chi^2$ TESTOM

Kvaliteta *(dobrota)* prilagodbe teorijskih krivulja vjerojatnosti na empirijske *(izmjerene)* podatke može se preliminarno uočiti grafičkom kontrolom na dijagramima *(papirima)* vjerojatnće.
Egzaktnije provjeravanje prilagođavanja vrši se pomoću testiranja.
Pearsonov $\boldsymbol{\chi^2}$ test je najčešće korišćen test za dokazivanje prilagodbe.
Ispitivanje prilagodbe teoretske funkcije empirijskim podacima polazi od razmatranja dvaju frekvencija: empirijske $\mathbf{f_i}$ i teoretske $\mathbf{f_{it}}$ kroz **n** razreda u koje su podaci grupirani. Razlike se ustanove prema Fisherovom izrazu: $\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(f_i - f_{it})^2}{f_{it}}$ Ova funkcija približno ima gama raspodjelu vjerojatnosti:

$$p(\chi^2) = \frac{1}{2^{k/2}\,\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} \left(\chi^2\right)^{\frac{k-2}{2}} \cdot e^{-\frac{\chi^2}{2}}$$

gdje je **k** stupanj slobode koji ovisi o broju razreda **n** i o prirodi funkcije koja se testira, zapravo o broju parametara koji tu funkciju definiraju. Stupanj slobode određen je izrazom **k = n – r - 1** gdje je **r** broj parametara koji definiraju funkciju raspodjele koja se testira *(npr.: binomna raspodjela r = 1 , Poasonova raspodjela r = 1 ; normalna raspodjela r = 2 ; Pearson III raspodjela r = 3).*
$\boldsymbol{\chi^2}$ je vrlo ilustrativna veličina za ocjenu prilagođavanja teoretske frekvencije na empirijsku, jer ukoliko su razlike između tih učestalosti veće biti će i $\boldsymbol{\chi^2}$ veći. ***Prilagodba je*** dakle ***to bolja što je vrijednost $\chi^2$ manja***. U praksi se konvencionalno uzima prag signifikantnosti **α = 0,05** (5%), tj. smatra se da je neprihvatljivo ako $\chi^2$ padne izvan područja vrijednosti kojoj odgovara kumulativna vjerojatnost od $F(\chi^2) = 1 - \alpha = 1 - 0,05 = 0,95 = 95\ \%$ . Tada se kaže da je $\boldsymbol{\chi^2}$ signifikantan, što znači da razmatranu teoretsku funkciju raspodjele treba odbaciti, jer su razlike empirijskih i teorijskih frekvencija prevelike

# TESTIRANJE PRILAGODBE $\chi^2$ TESTOM - *nastavak*

Postupak testiranja:

1. Niz od **N** vrijednosti složenih po rastućem ili padajućem redu podijeli se u **n** razreda, s time da svaki razred sadrži najmanje 5 eksperimentalnih *(mjerenih)* podataka. Svaki razred **i** omeđen je graničnim veličinama $\mathbf{x_{i-l}}$ i $\mathbf{x_i}$ .

2. Izračunaju se teoretske vrijednosti frekvenicija $\mathbf{f_{it}}$ prema izabranom zakonu raspodjele koji se testira. Ako je **p(x)** gustoća vjerojatnosti zakona koji se testira tada je:

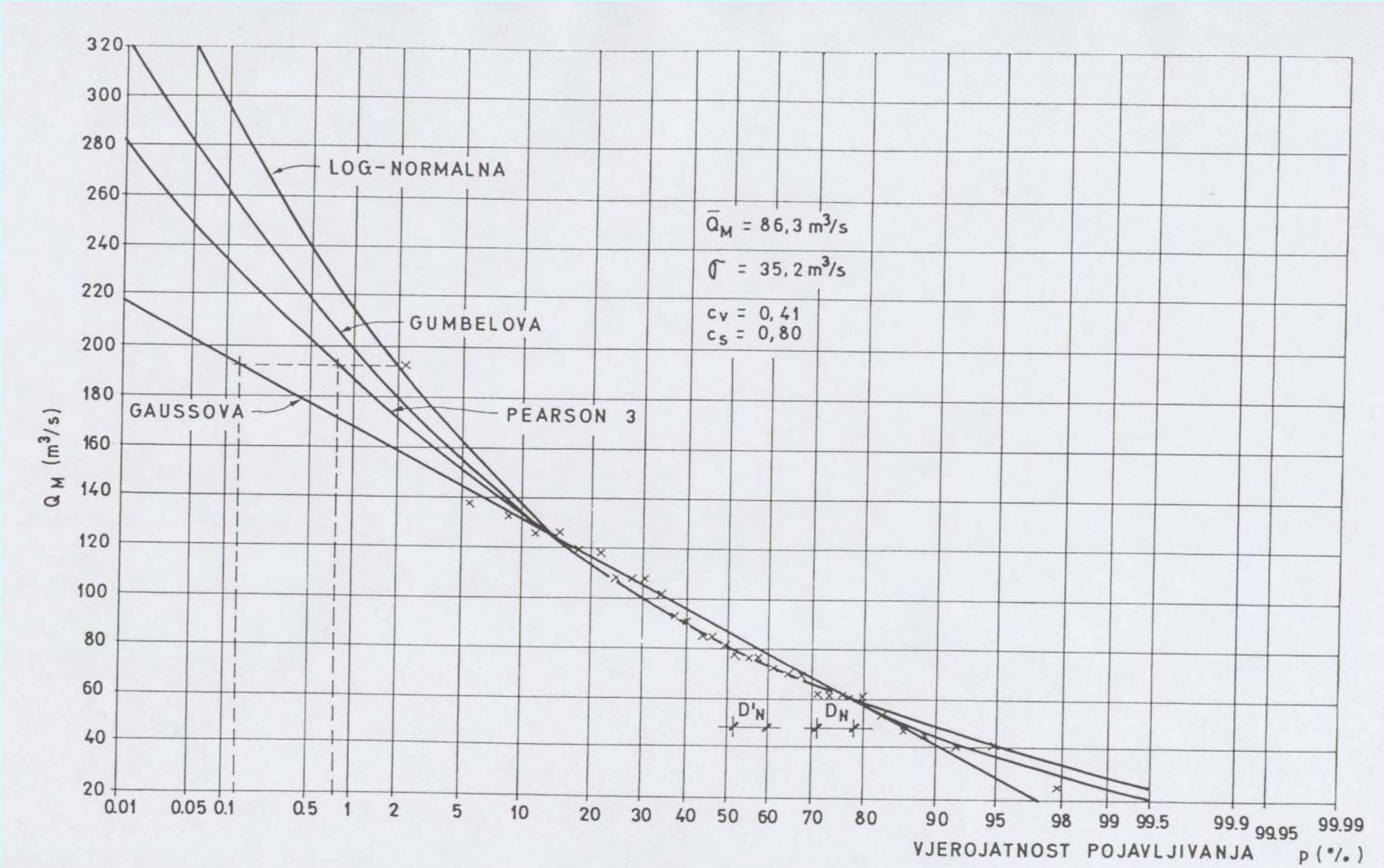
$$f_{it} = N \cdot \int_{x_{i-1}}^{x_i} p(x) \cdot dx$$

3. Odrede se za svaki razred **i** razlike $\mathbf{f_i - f_{it}}$ koje se kvadriraju, a potom podjele s $\mathbf{f_{it}}$. Zbroj od **n** na taj način dobivenih veličina čini vrijednost $\chi^2_0$ .

4. Usvoji se zatim prag signifikantnosti **α** *(obično α = 0,05)* i ustanovi se broj stupnjeva slobode **k** *(k = n – r – 1 )* pa se za te vrijednost iz statističkih tablica za $\chi^2$ odredi pripadnu vjerojatnost $\chi^2$ , od koje prethodno proračunati $\chi^2_0$ ne bi smio biti veći. Ako je proračunati iznos $\chi^2_0$ manji od $\chi^2$ određenog iz tablica *(na osnovu usvojenog praga signifikantnosti **α** i utvrđenog stupnja slobode k),* tada je teorijska krivulja raspodjele vjerojatnosti koju testiramo prihvatljiva za primjenu. Ako se testira više teorijskih krivulja, najbolja je ona koja ima najveću razliku između vrijednosti $\chi^2$ iz tablica i proračunate vrijednosti $\chi^2_0$ .

- Više vidi u: *Husno Hrelja: Vjerovatnoća i statistika u hidrologiji*

# ILUSTRACIJA PRILAGODBE NEKIH KRIVULJA RASPODJELE
## na jednom primjeru primjene




Više vidi u: Ranko Žugaj, HIDROLOGIJA, udžbenik Sveučilišta u Zagrebu, 2000, god.

# PRIMJER IZRAČUNA 100 i 1000 GODIŠNJEG PROTOKA prema Gaussovoj raspodjeli

| r.br | God. | $Q_{i,max}$ [$m^3$ /s] | $Q_i - Q_{sr}$ | $(Q_i - Q_{sr})^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1950 | 122 | 14,8 | 219,04 |
| 2 | 51 | 83 | - 24,2 | 585,64 |
| 3 | 52 | 72 | - 35,2 | 1239,04 |
| 4 | 53 | 71 | - 36,2 | 1310,44 |
| 5 | 54 | 109 | 1,8 | 3,24 |
| 6 | 55 | 182 | 74,8 | 5595,04 |
| 7 | 56 | 104 | - 3,2 | 10,24 |
| 8 | 57 | 74 | - 33,2 | 1102,24 |
| 9 | 58 | 75 | -32,2 | 1036,84 |
| 10 | 59 | 112 | 4,8 | 23,04 |
| 11 | 1960 | **192** | 84,8 | 7191,04 |
| 12 | 61 | 171 | 63,8 | 4070,44 |
| 13 | 62 | 96 | - 11,3 | 125,44 |
| 14 | 63 | 72 | - 35,2 | 1239,04 |
| 15 | 64 | 104 | - 3,2 | 10,24 |
| 16 | 65 | 89 | - 18,2 | 331,24 |
| 17 | 66 | 99 | - 8,2 | 67,24 |
| 18 | 67 | 91 | - 16,2 | 262,44 |
| 19 | 68 | 84 | -23,2 | 538,24 |
| 20 | 69 | 142 | 34,8 | 1211,04 |
| | ∑ | **2144** | | **26171,20** |

Za $P_r$ =100 i Pr =1000 godišnji protok vjerojatnost pojavljivanja je:

$$p = F(X \geq x) = \frac{1}{P_r} = \frac{1}{100} = 0{,}01 \qquad p = F(X \geq x) = \frac{1}{P_r} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$$

Iz tablica Gaussovog integrala očita se: za **p = 0,01 → | z | = 2,33**
za **p = 0,001 → | z | = 3,09**

Prema definiciji Gaussove raspodjele:

$$z = \frac{Q - Q_{sr}}{\sigma} \quad \longrightarrow \quad Q = Q_{sr} + \sigma \cdot z \qquad [m^3/s]$$

Iz zadanog niza podataka izračunaju se parametri raspodjele:

$$Q_{sr} = \frac{\sum Q_i}{N} = \frac{2144}{20} = 107{,}2$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\Sigma\left(Q_i - Q_{sr}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{20} \cdot 26171{,}20} = 36{,}17$$

pa se dobiva:

za $P_r$ =100 g. → $\mathbf{Q_{100}}$ = $Q_{sr}$ + σ·z = 107,2 + 2,33 · 36,17 = **191,13** ($m^3$ /s)

za $P_r$ =1000 g. → $\mathbf{Q_{1000}}$ = $Q_{sr}$ + σ·z = 107,2 + 3,09 · 36,17 = **218,97** (m3 /s)

# PRIMJER IZRAČUNA 100 i 1000 GODIŠNJEG PROTOKA prema Galtonovoj (log-normalnoj) raspodjeli

| r.br | $Q_{i,max}$ [$m^3$/s] | $Y_i = \log Q_{i,max}$ | $Y_i - Y_{sr}$ | $(Q_i - Q_{sr})^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 122 | 2,0864 | 0,0776 | 0,0060 |
| 2 | 83 | 1,9191 | -0,0897 | 0,0080 |
| 3 | 72 | 1,8573 | -0,1515 | 0,0230 |
| 4 | 71 | 1,8513 | -0,1575 | 0,0248 |
| 5 | 109 | 2,0374 | 0,0286 | 0,0008 |
| 6 | 182 | 2,2601 | 0,2513 | 0,0632 |
| 7 | 104 | 2,0170 | 0,0082 | 0,0001 |
| 8 | 74 | 1,8692 | -0,1396 | 0,0195 |
| 9 | 75 | 1,8751 | -0,1337 | 0,0179 |
| 10 | 112 | 2,0492 | 0,0404 | 0,0016 |
| 11 | **192** | 2,2833 | 0,2745 | 0,0754 |
| 12 | 171 | 2,2330 | 0,2242 | 0,0503 |
| 13 | 96 | 1,9823 | -0,0265 | 0,0007 |
| 14 | 72 | 1,8573 | -0,1515 | 0,0230 |
| 15 | 104 | 2,0170 | 0,0082 | 0,0001 |
| 16 | 89 | 1,9494 | -0,0594 | 0,0035 |
| 17 | 99 | 1,9956 | -0,0132 | 0,0002 |
| 18 | 91 | 1,9590 | -0,0498 | 0,0025 |
| 19 | 84 | 1,9243 | -0,0845 | 0,0071 |
| 20 | 142 | 2,1523 | 0,1435 | 0,0206 |
| $\sum$ | | **40,1756** | | **0,3481** |

Za $P_r$ =100 i Pr =1000 godišnji protok vjerojatnost pojavljivanja je:

$$p = F(X \geq x) = \frac{1}{P_r} = \frac{1}{100} = 0{,}01 \qquad p = F(X \geq x) = \frac{1}{P_r} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$$

Iz Gaussovog integrala očita se: za **p = 0,01** → **| z | = 2,33**
za **p = 0,001** → **| z | = 3,09**

Prema definiciji Galtnove raspodjele: $\mathbf{Y = \log Q}$ tj. $\mathbf{Q = 10^Y}$

$$z = \frac{Y - Y_{sr}}{\sigma} \longrightarrow Y = Y_{sr} + \sigma \cdot z$$

Iz zadanog niza podataka izračunaju se parametri raspodjele:

$$Y_{sr} = \frac{\sum Y_i}{N} = \frac{40{,}1756}{20} = 2{,}0088$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{N}(Y_i - Y_{sr})^2} = \sqrt{\frac{1}{20} \cdot 0{,}3481} = 0{,}1319$$

pa se dobiva:

za $P_r$ =100 g. → $\mathbf{Y_{100}} = Y_{sr} + \sigma \cdot z = 2{,}0088 + 2{,}33 \cdot 0{,}1319 = 2{,}3156$

$\mathbf{Q_{100}} = 10^Y = 10^{2,3156} = \mathbf{206{,}82}$ ($m^3$/s)

za $P_r$ =1000 g.→ $\mathbf{Y_{1000}} = Y_{sr} + \sigma \cdot z = 2{,}0088 + 3{,}09 \cdot 0{,}1319 = 2{,}4164$

$\mathbf{Q_{1000}} = 10^Y = 10^{2,4164} = \mathbf{260{,}84}$ ($m^3$/s)

# PRIMJER IZRAČUNA 100 i 1000 GODIŠNJEG PROTOKA
# približnim grafoanalitičkim postupkom po Weibullu

| $n_i$ | $Q_{max}$ | $p = F(X \geq x) = \frac{n_i}{N+1}$ | F(X≥x) [%] |
|---|---|---|---|
| 1 | 192 | 0.0476 | 4.76 |
| 2 | 182 | 0.0952 | 9.52 |
| 3 | 171 | 0.1429 | 14.29 |
| 4 | 142 | 0.1905 | 19.05 |
| 5 | 122 | 0.2381 | 23.81 |
| 6 | 112 | 0.2857 | 28.57 |
| 7 | 109 | 0.3333 | 33.33 |
| 8 | 104 | 0.3810 | 38.10 |
| 9 | 104 | 0.4286 | 42.86 |
| 10 | 99 | 0.4762 | 47.62 |
| 11 | 96 | 0.5238 | 52.38 |
| 12 | 91 | 0.5714 | 57.14 |
| 13 | 89 | 0.6190 | 61.90 |
| 14 | 84 | 0.6667 | 66.67 |
| 15 | 83 | 0.7143 | 71.43 |
| 16 | 75 | 0.7619 | 76.19 |
| 17 | 74 | 0.8095 | 80.95 |
| 18 | 72 | 0.8571 | 85.71 |
| 19 | 72 | 0.9048 | 90.48 |
| 20 | 71 | 0.9524 | 95.24 |

**Empirijska vjerojatnost po Weibullu:**

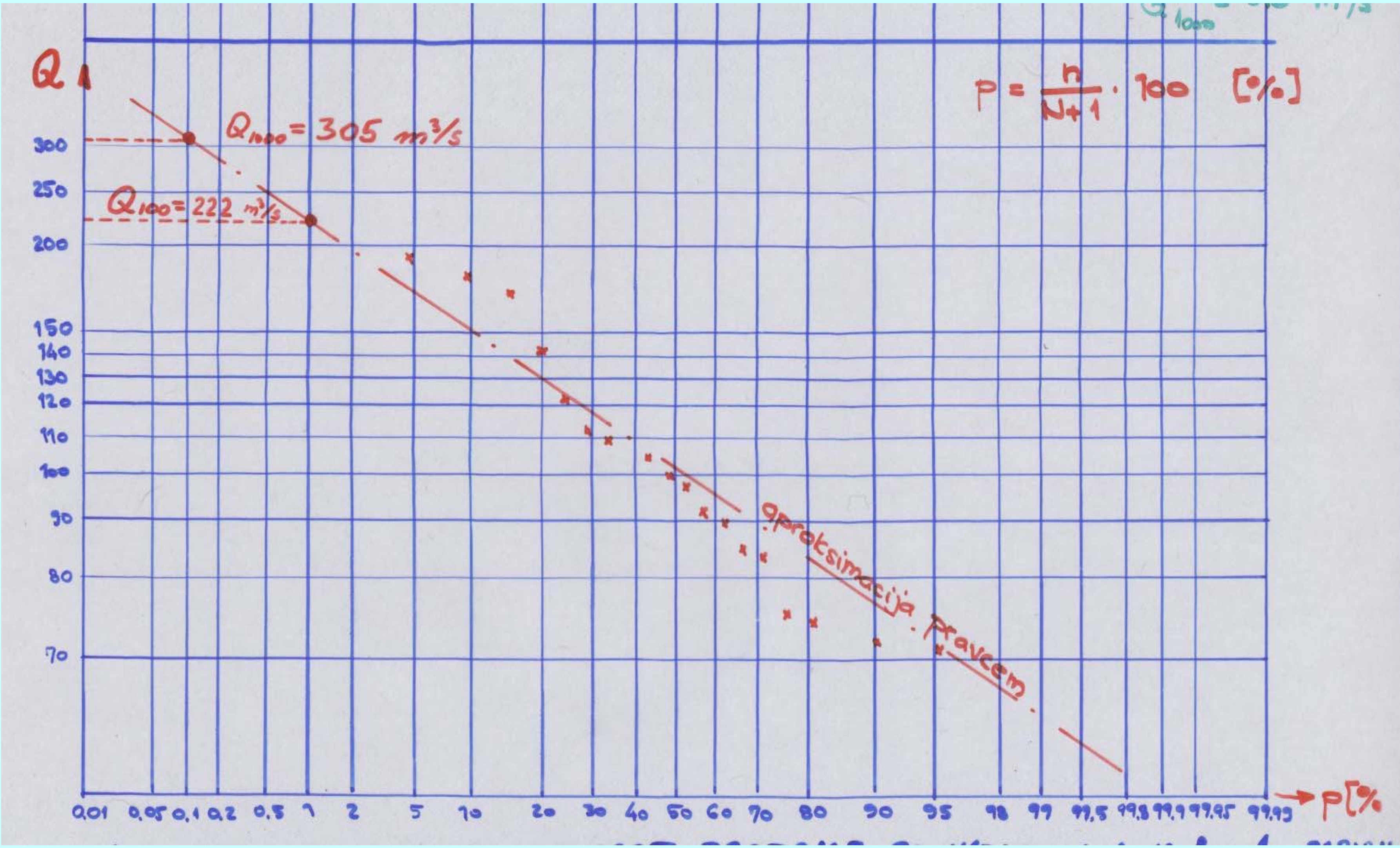
$$p = F(X \geq x) = \frac{n_i}{N+1}$$

Ako se zadani niz podataka uredi po redosljedu opadanja i za njega proračuna Weibullva kompromisna vjerojatnost, moguće je te vjerojatnosti nanjeti na log-p papir i aproksimirati te vjerojatnosti pravcem. Sa tako dobivenog pravca moguće je očitati tražene vrijednsti protoka za 100 i 1000 godišnji povratni period. To je učinjeno, a dobiveni rezultat glasi:

$Q_{100} = 222 \quad m^3/s$

$Q_{1000} = 305 \quad m^3/s$

**PRIMJER IZRAČUNA 100 i 1000 GODIŠNJEG PROTOKA**
**približnim grafoanalitičkim postupkom temeljem Weibull-*ove* vjerojatnoće**



# Uvod u parametarsku hidrologiju

Pod pojmom **parametarska hidrologija** *(iskustvena, deterministička, analitička)* podrazumijevaju se načini analize hidroloških sustava i hidroloških procesa gdje se za njihov matematički opis koriste parametarske jednadžbe.

**Pregled najznačajnijih parametarskih metoda:**

**Iskusvene *(empirijske)* metode**

**Racionalna metoda**

Kresnikova metoda

Bavarsko - Ržihov metoda

Possentijeva metoda

Giandotti -Vissentinijeva metoda

M〈llerova metoda

Srebrenovičeva metoda

Gavrilovičeva metoda

Krepsova metoda

SCS - Van Te Chow metoda

**Metode sintetičkih hidrograma**

**Metoda izokrona**

# **Osobine iskustvenih** (empirijskih) **metoda**

- Izvedene su za različita slivna područja, čije se karakteristike otjecanja velikih voda međusobno značajno razlikuju;

- Kao ulaz u metode razmatraju se:
  - projektna ili računska oborina (*intenzitet ili visina vodnog stupca*),
  - razni parametri sliva koji predstavljaju čimbenike otjecanja, a zavise od osobina sliva;

- Neke metode (*npr. Kresnikova, Mullerova*) za ulaz uzimaju samo parametre sliva, tj. izostaje parametar kojim se iskazuje oborina;

- Kao izlaz metode uglavnom iskazuju maksimalan protok (*vr©nu vrijednost*) kao funkciju veli□ine sliva i drugih □imbenika bitnih za otjecanje;

- **Ne daju dovoljno kvalitetnu informaciju o otjecanju.**

# RACIONALNA METODA

**Osnovna metoda parametarske hidrologije:**

$$\mathbf{Q_{max} = C\ i\ A} \qquad [m^3/s]$$

**C** ... racionalni koeficijent (*koeficijent otjecanja*)
**i** ... mjerodavan intenzitet oborine
**A** ... površina sliva.

Racionalna metoda (*racionalna formula*) je formula za izračunavanje maksimalnih protoka s malih slivova, kao umnoška slivne površine, mjerodavnog kišnog intenziteta i racionalnog koeficijenta (*koeficijenta otjecanja*).

**Osnovne pretpostavke metode:**

**Intenzitet kiše je jednolik na cijelom slivu za cijelo vrijeme njenog trajanja, što u prirodi teško može biti ispunjeno. Takova se pretpostavka može prihvati samo za manje slivove (do 50 km$^2$ )**

**Maksimalan protok na izlaznom profilu sliva pojavljuje se u trenutku kada cijeli sliv sudjeluje u procesu otjecanja, tj. nakon vremena koncentracije otjecanja. Vrijeme koncentracije je vrijeme koje protekne od početka padanja kiše pa do trenutka kada voda i sa najudaljenijeg dijela sliva dospije do izlaznog profila. To vrijeme zavisi od karakteristika sliva (veličine sliva, topografije, geoloških svojstava, vegetacije i dr.)**

**Za pojavu maksimalnog otjecanja mjerodavna je kiša jakog intenziteta koja traje upravo onoliko koliko je i vrijeme koncentracije otjecanja.**

**Formula se primjenjuje i na većim slivovima, površine veće od 50 km$^2$, ali pri tom daje veći maksimalni protok nego što je onaj koji se može ostvariti u prirodnim uvjetima, za kišu određenog intenziteta i trajanja.**

# Dimenzionalni koeficijent racionalne metode

Dimemenzija protoka **Q** je [**m³/s**]. Da bi se protok izračunao u toj dimenziji potrebno bi bilo intenzitet oborine izraziti u [**m/s**], a površinu sliva u [**m²**].
S obzirom da se intenzitet oborine i površina sliva mogu u dimenzionalnom smislu izraziti na razne načine, to se zavisno o tim načinima u racionalnoj formuli pojavljuje i odgovarajući dimenzionalni koeficijent.

Za slučaj da se intenzitet oborine iskaže u [**mm/min**] a površina sliva u [**ha**], u racionalnu formulu potrebno je uvesti dimenzionalni koeficijent kako slijedi:

$$Q_{\max} = C \cdot i \left[\frac{0{,}001m}{60s}\right] \cdot A\left[10000m^2\right] = \frac{10}{60} C \cdot i \cdot A \qquad \left[m^3 / s\right]$$

$$Q_{\max} = 0{,}166 \cdot C \cdot i \cdot A \qquad \left[m^3 / s\right]$$

Za slučaj da se intenzitet oborine iskaže u [**mm/sat**] a površina sliva u [**km²**] bit će:

$$Q_{\max} = C \cdot i \left[\frac{0{,}001m}{3600s}\right] \cdot A\left[10^6 m^2\right] = \frac{1000}{3600} C \cdot i \cdot A \qquad \left[m^3 / s\right]$$

$$Q_{\max} = 0{,}278 \cdot C \cdot i \cdot A \qquad \left[m^3 / s\right]$$

# Racionalni koeficijent – *koeficijent otjecanja*

**Racionalni koeficijent C** (***koeficijent otjecanja***) predstavlja odnos između maksimalnog protoka $Q_{max}$ koji u sekundi otjeće sa sliva [$m_3$/s], i ukupnog (bruto) vodenog taloga (**i·A**) koji u sekundi dospjeva na cjelokupnu površinu sliva. To je dakle koeficijent koji kaže koliko od ukupno pale oborine (*u sekundi*) faktično otječe (*u sekundi*).

Definira se kao omjer efektivne i bruto oborine:

$$C = \frac{P_e}{P}$$

**P** je bruto oborina koja pada na sliv; mjerodavan iznos bruto oborine za koju će se računati $Q_{max}$ ustanovljuje se na temelju kišomjernih (*po mogućnosti ombrometrijskih*) podataka o palim oborinama na čitavom slivnom području.

$P_e$ je onaj dio bruto oborine pale na sliv koji faktično otječe, tj. formira otjecanje, a naziva se efektivnom oborinom (*neto oborinom, oborinom, koja otječe*)

Koeficijent otjecanja **C** je prema tome parametar koji u racionalnoj formuli zastupa sve čimbenike otjecanja, osim površine sliva i onih čimbenika koji su obuhvačeni pri određivanju mjerodavnog kišnog intenziteta.

**U stručnoj literaturi se iskazuju prosječne vrijednosti koeficijenta otjecanja ovisno od osobina slivnih površina danih opisno – najčešće u vidu tabličnih prikaza, a rijeđe u vidu parametarskih jednadžbi.**

# Primjer iskaza prosječnih vrijednosti koeficijenta otjecanja C

| Vegetacija i topografski uvjeti | | pad sliva | pijesak | mulj, glina | zbijena glina |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. šumska zemljišta | a) ravnice | 0 - 5% | 0,10 | 0,30 | 0,40 |
| | b) brežuljci | 5 - 15% | 0,25 | 0,35 | 0,50 |
| | c) brda | 15 - 30% | 0,30 | 0,50 | 0,60 |
| 2. pašnjaci i trava | a) ravnice | 0 - 5% | 0,10 | 0,30 | 0,40 |
| | b) brežuljci | 5 - 15% | 0,16 | 0,36 | 0,55 |
| | c) brda | 15 - 30% | 0,22 | 0,42 | 0,60 |
| 3. obradiva zemljišta | a) ravnice | 0 - 5% | 0,30 | 0,50 | 0,60 |
| | b) brežuljci | 5 - 15% | 0,40 | 0,60 | 0,70 |
| | c) brda | 15 - 30% | 0,52 | 0,72 | 0,82 |
| 4. naselja | | | nepropusnost zemljišta: | | |
| | a) ravnice | 0 - 5% | 30% | 50% | 70% |
| | | | 0,40 | 0,55 | 0,65 |
| | b) brežuljci | 5 - 15% | 0,50 | 0,65 | 0,80 |
| 5. | parkovi, groblja | | 0,10 - 0,25 | | |
| | igrališta | | 0,20 - 0,35 | | |
| | rezidencijalne stambene površine | | 0,30 - 0,70 | | |
| | industrijske zone | | 0,50 - 0,90 | | |
| | terase, krovovi za vožnju i prolaženje | | 0,75 - 0,85 | | |
| | gradovi u ravnici, asfalt, beton, kosi krovovi | | 0,75 - 0,95 | | |

Na slivu se najčešće parcijalno nalaze djelovi različitih karakteristika. U takovim slučajevima moguće je proračunati srednju vrijednost koeficijenta otjecanja na slijedeći način:

$$\overline{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{c_i \cdot A_i}{A}$$

gdje je: **$c_i$** ... koeficijent otjecanja **i**_*te* vrste slivne površine;

**$A_i$** ... veličina **i**_*te* vrste slivne površine

**A** ... ukupna površina sliva

# ODREĐIVANJE MJERODAVNE OBORINE ZA RACIONALNU FORMULU

Mjerodavan intenzitet oborine ***i*** je funkcija vremena koncentracije $t_c$ i povratnog razdoblja **P**

$$i = f\,(t_c\,,\,P)$$

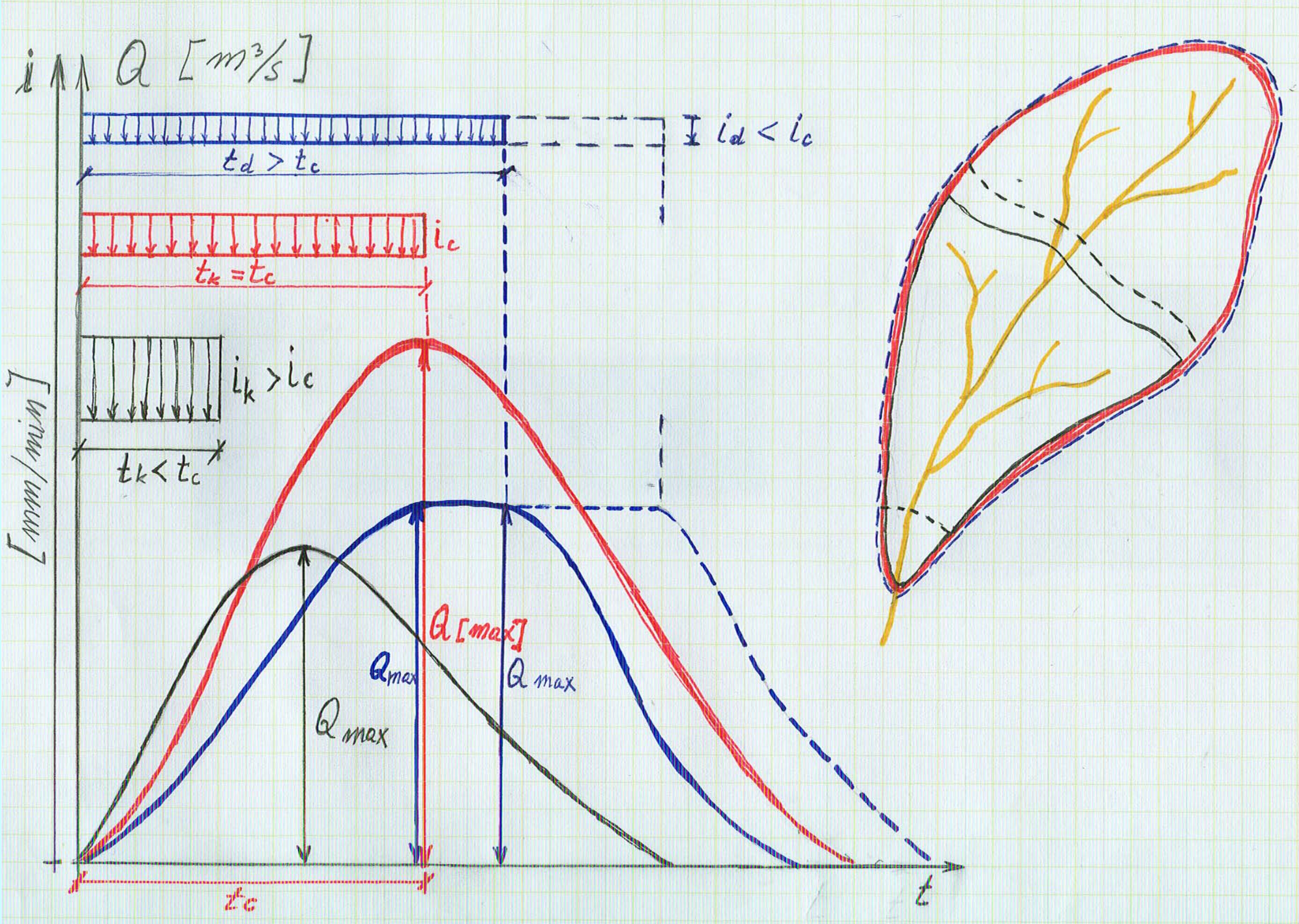
Racionalnom metodom proračunava se maksimalan protok $Q_{max}$ od jakih kiša. S obzirom na osnovnu osobinu jakih kiša da su to jače (*po minuti*) što kraće traju, postavlja se pitanje koje trajanje kiše je mjerodavno za određivanje pripadnog (*mjerodavnog*) intenziteta. Osnovna pretpostavka racionalne metode kaže da je to onaj intenzitet koji pripada trajanju kiše koje je jednako vremenu koncentracije $t_c$. Kraće a po minuti jače kiše ne će dati $Q_{max}$ jer je kiša prekratka da bi cijeli sliv sudjelovao u otjecanju, dok kiše koje traju duže od vremena koncentracije imaju manji intenzitet (*po minuti*) od one kiše koja ima trajanje upravo jednako vremenu koncentracije.

Vrijeme koncentracije $t_c$ je ovisno o veličini i uvjetima (*osobinama*) otjecanja sa sliva. Mnogi autori dali su parametarske formule za izračun vremena koncentracije $t_c$.

Mjerodavni intenzitet oborine ***i*** očitava se sa **ITP** krivulja na osnovu proračunatog vremena koncentracije $t_c$ i mjerodavnog (*odabranog*) povratnog razdoblja **P**. (*ITP krivulje konstruiraju se na osnovu vjerojatnosne analize ombrometrijskih podata.*)

Mjerodavno povratno razdoblje **P** određuje se pragmatičnom (*ekonomskom*) analizom inženjerskog problema (*zadatka*) radi kojeg se proračunava $Q_{max}$. Npr. ako se $Q_{max}$ proračunava za potrebe dimenzioniranja gradske kanalizacije najčešće se prema preporukama bira povratno razdoblje ne duže od **3** do **5** godina. Ako se radi o projektiranju nasipa ili sustava za obranu od poplave, obično se bira povratno razdoblje od **100** ili **1000** godina.

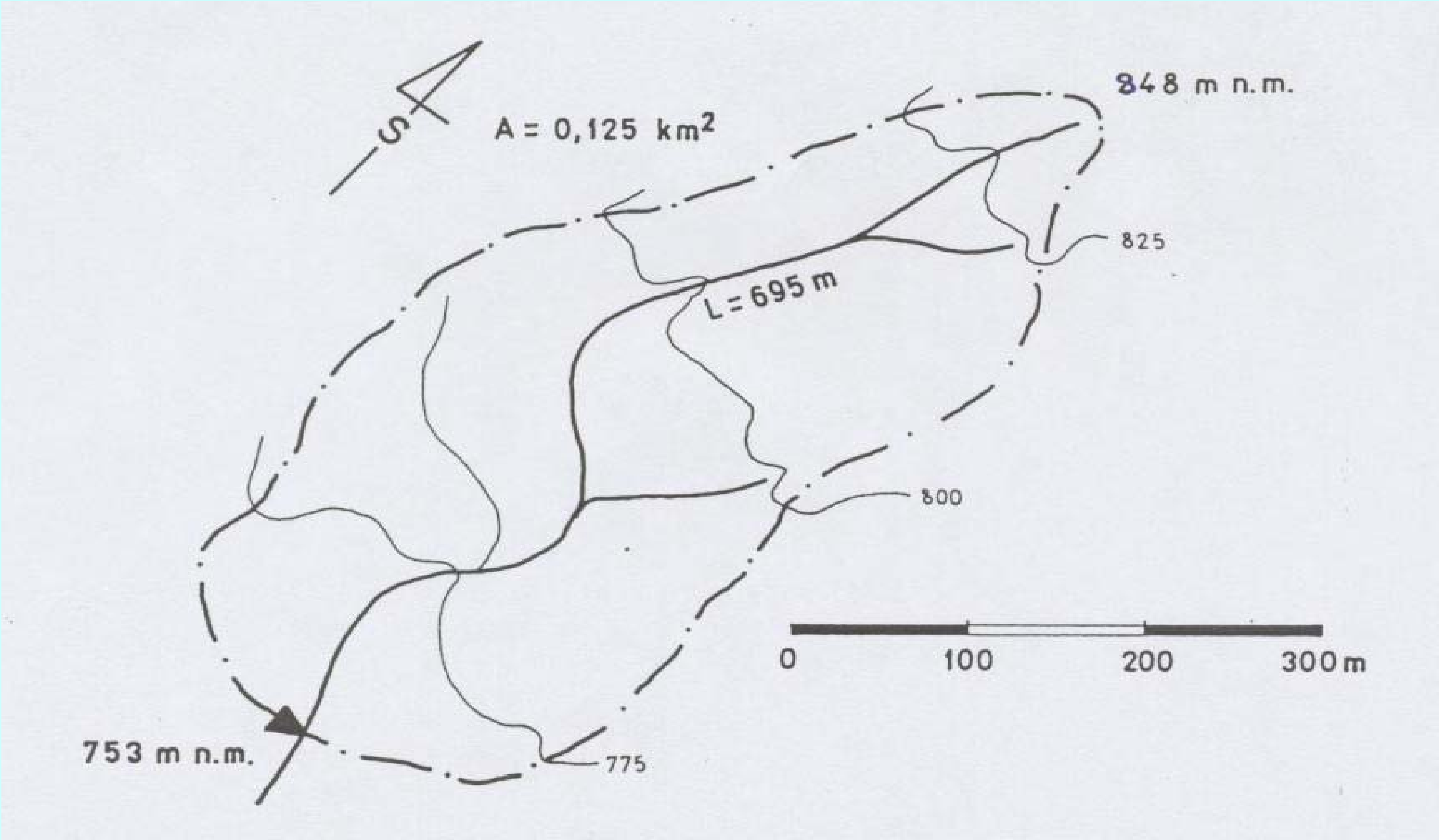
# HIDROGRAMI OD KIŠA RAZNIH TRAJANJA I INTENZITETA – kvalitativni prikaz



# IZRAZI ZA ODREĐIVANJE VREMENA KONCENTRACIJE $t_c$
## prema nekim autorima

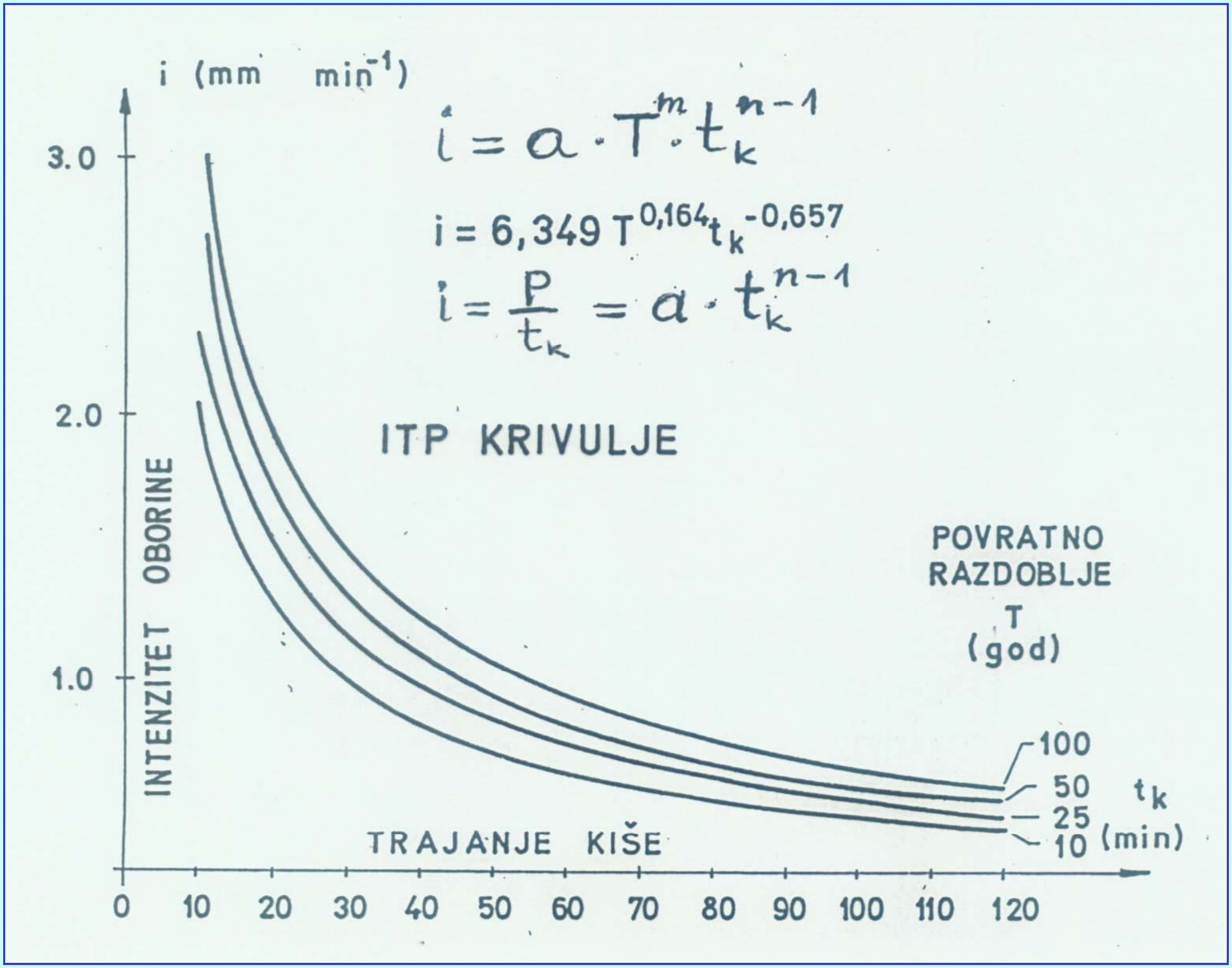
| AUTOR | MATEMATIČKA DEFINICIJA VREMENA KONCENTRACIJE | KLIMATSKI POKAZATELJI PODRUČJA | GEOGRAFSKO – GEOLOŠKI POKAZATELJI SLIVA |
|---|---|---|---|
| **Z.P.Kirpich (1940)** | $t_c = 0{,}00032 \cdot L^{0,77} \cdot I^{-0,385} \quad [sati]$ | Nema | Duljina vodot. L [m]<br>Nagib terena I |
| **C.F.Izzard (1944)** | $t_c = 530 \cdot K \cdot L^{1/3} \cdot i_e^{-2/3} \quad [\mathrm{min}]$ | Efektivni kišni intenzitet $i_e$ [mm/sat] | Duljina vodot. L [m]<br>Nagib terena I<br>Koef. zakašnjenja $c_r$<br>$K = \left(2{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot i_e + c_r\right) \cdot I^{-1/3}$ |
| **R.Morgali, R.K.Linsley (1965)** | $t_c = 6{,}99 \cdot (nL)^{0,6} i_e^{-0,4} \cdot I^{-0,3} \quad [\mathrm{min}]$ | Mjerodavni kišni intenzitet $i_e$ [mm/sat] | Duljina vodot. L [m]<br>Nagib terena I<br>Manningov koeficijent hrapavosti n [$s/m^{1/3}$] |
| **W.S.Kerby (1959)** | $t_c = 1{,}44 \cdot \left(LrI^{-0,5}\right)^{0,467} \quad [\mathrm{min}]$ | Nema | Duljina vodot. L [m]<br>Nagib terena I<br>Koef. zakašnjenja uslijed hrapavosti r |
| **Giandotti – Vissentini (1952)** | $t_c = \dfrac{4{,}0\sqrt{A} + 1{,}5L}{0{,}8\sqrt{\Delta H}} \quad [sati]$ | Nema | Duljina vodot. L [m]<br>Srednja visinska razlika sliva ΔH,<br>Površina sliva A [$km^2$] |
| **I.I.Herheulidze (1947)** | $t_c = \dfrac{L}{v} = \dfrac{L}{\left(1{,}6 + 1{,}10 \log P\right) \mathrm{I}_{max}^{1/4}} \quad [\mathrm{sec}]$ | Nema | Duljina vodot. L [m]<br>Maks. nagib terena I<br>Povratno razdoblje P [god] |
| **Srebrenović (1970)** | $t_c = \dfrac{20\beta}{\left[Hs \cdot \left(1 + 1{,}5 \log P\right)\right]^{0,57} \cdot I^{0,43}} + 2{,}6 \cdot \left[\dfrac{A}{I}\right]^{1/3} \quad [sati]$ | Visina prosječnih godišnjih oborina $H_s$ [m] | Duljina vodot. L [m]<br>Nagib terena I<br>Povratno razdoblje P [god]<br>Koef. ovisan o propusnosti, pošumljenosti i sl. ? |

# PRIMJER ODREĐIVANJA PADA TERENA (SLIVA)

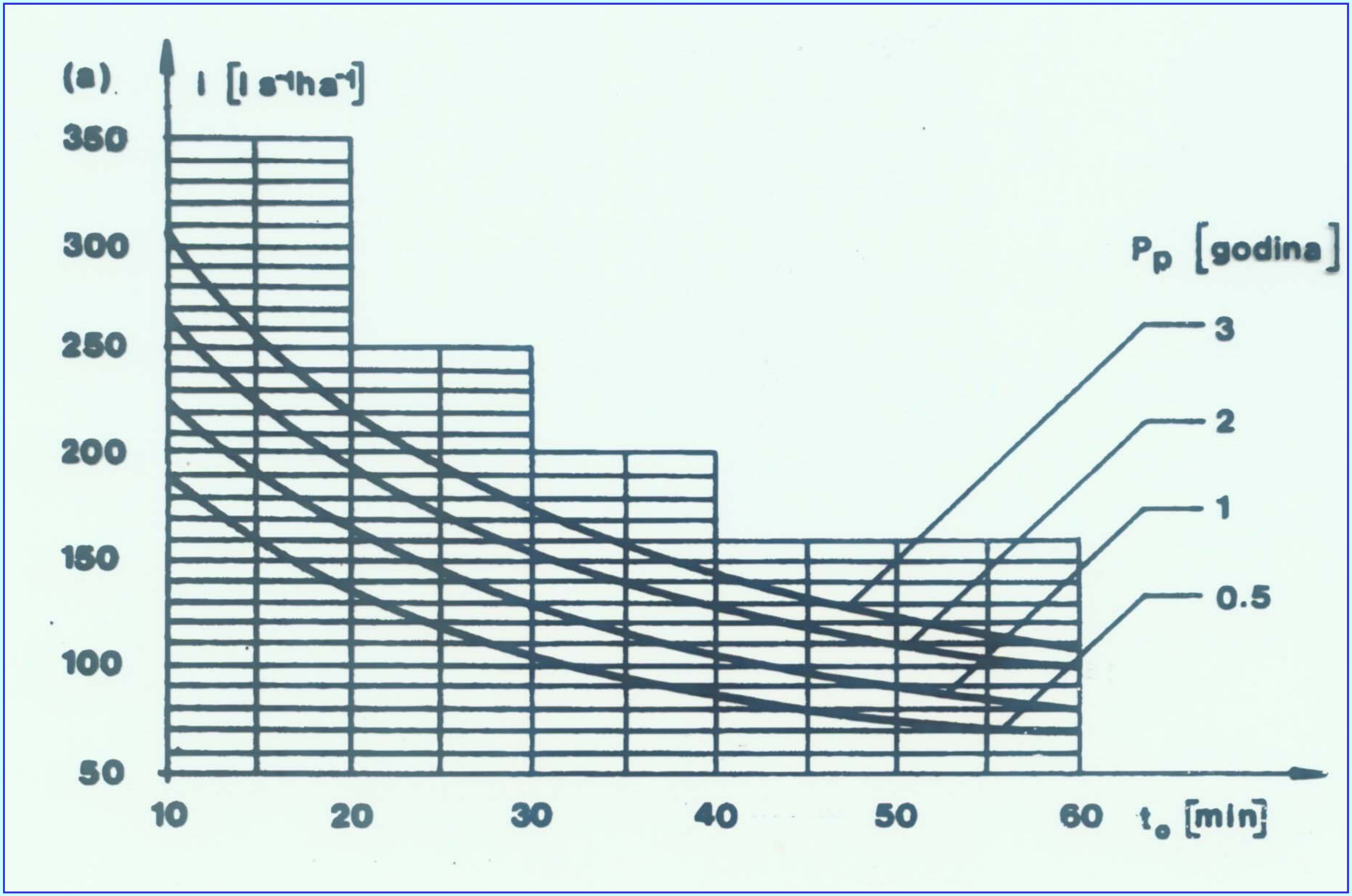



$$I_{sr} = \frac{\Delta H}{L} = \frac{H_{\max} - H_{\min}}{L} = \frac{848 - 753}{695} = 0{,}137 = 13{,}7\%$$

# **ITP – krivulje** (graf 1.)



# **ITP krivulje** (graf 2.)



# KRESNIKOVE FORMULE

Jedna od najstarijih empirijskih metoda – iz 1886. god.

Za $A < 1{,}0$ km$^2$ $\quad$ $Q_{max} = 20 \cdot \alpha \cdot A$ $\quad$ (m$^3$/s)

Za $A = 1{,}0 - 300$ km$^2$

$$Q_{\max} = \alpha \cdot A \frac{32}{0{,}5 + \sqrt{A}} \qquad (m^3/s)$$

gdje je: A (km$^2$) površina sliva, a α je parametar koji zastupa sve čimbenike otjecanja.

Danas metoda ima povijesno značenje.

| P a d s l i v a | koeficijent α |
|---|---|
| mali padovi sliva, krški slivovi | 0,4 |
| mali padovi sliva | 0,5 |
| srednji padovi sliva | 0,6 |
| brežuljkasti slivovi | 0,7 |
| strmi slivovi | 0,8 |
| vrlo strmi slivovi | 0,9 |
| oštra konfiguracija | 1,0 |
| alpski slivovi s ledom i snijegom | 1,1 – 1,5 |

## Formula "četiri koeficijenta" *ili* "Bavarsko-Ržihov"

Stara formula iz 1894. god.:

$$Qmax = A\ q\ \varphi_1\ \varphi_2\ \psi_1\ \psi_2 \quad (m^3/s)$$

gdje je:

A ($km^2$) .... površina sliva

q ($m^3/s/\ km^2$) .... maksimalni specifični dotok

φ koeficijent pošumljenosti

φ koeficijent vodopropustnosti terena

ψ koeficijent utjecaja duljine sliva po glavnom koritu

ψ koeficijent oblika terena

# Vrijednosti koeficijenata za “Bavarsko-Ržihov” formulu

Maksimalni specifični dotoci $q$ u ovisnosti o duljini sliva $L$

| $L$ (km) | < 3 | 3 - 5 | 5 - 8 | 8 - 12 | 12 - 15 | 15 - 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $q$ ($m^3/s/km^2$) | 25 | 16 | 14 | 10 | 7 | 5 |

Koeficijent pošumljenosti $\varphi_1$ i koeficijent vodopropusnosti $\varphi_2$

| Pošumljenost sliva | $\varphi_1$ | Vodopropusnost sliva | $\varphi_2$ |
|---|---|---|---|
| nema šume | 1,0 | nepropusno | 1,0 |
| 1/4 sliva pošumljeno | 0,9 | slabo propusno | 0,9 |
| 1/2 sliva pošumljeno | 0,8 | srednje propusno | 0,8 |
| 3/4 sliva pošumljeno | 0,7 | vrlo propusno | 0,7 |
| cijeli sliv pošumljen | 0,6 | | |

Koeficijent utjecaja duljine sliva po koritu $\psi_1$ i koeficijent oblika terena $\psi_2$

| Duljina sliva $L$ (km) | $\psi_1$ | Oblik terena | $\psi_2$ |
|---|---|---|---|
| 0,10 - 2,0 | 1,0 | vrlo brdovit | 1,0 |
| 2,0 - 3,0 | 0,9 | brdovit | 0,95 |
| 3,0 - 4,0 | 0,83 | mala brda i brežuljci | 0,90 |
| 4,0 - 5,0 | 0,75 | brežuljkast i ravan | 0,85 |
| 5,0 - 6,0 | 0,68 | ravan teren | 0,80 |
| 6,0 - 7,0 | 0,63 | | |
| 7,0 - 8,0 | 0,58 | | |
| 8,0 - 9,0 | 0,53 | | |
| 9,0 - 10,0 | 0,50 | | |
| 10,0 - 12,0 | 0,43 | | |
| 12,0 - 15,0 | 0,35 | | |

# POSSENTIJEVA FORMULA

Formula iz 1900. god.

$$Q_{\max} = 700\frac{h_{\max}}{L}\left(A_b + 0{,}33A_r\right) \qquad (m^3/s)$$

gdje je:

$h_{max}$ (m) - maksimalna dnevna oborina u višegodišnjem razdoblju

L (km) - duljina sliva

$A_b$ ($km^2$) - površina brdskog dijela sliva

$A_r$ ($km^2$) - površina ravničarskog dijela sliva

# GIANDOTTI-VISSENTINIJEVA FORMULA

Formula iz 1952. god.

$$Q_{\max} = \frac{n \cdot A \cdot h \cdot \sqrt{\Delta H}}{4{,}0\sqrt{A} + 1{,}5L} \qquad (m^3/s)$$

gdje je:

- **A** ($km^2$) - površina sliva
- **h** (m) - prosječna visina bujične kiše čije je trajanje jednako ili duže od vremena koncentracije
- **L** (km) - duljina sliva
- **n** - koeficijent razvijenosti sliva za male slivove n = 166 a za velike n = 160;

Vrijeme koncentracije računa se prema izrazu: $t_c = \frac{4 \cdot \sqrt{A} + 1{,}5L}{0{,}8\sqrt{\Delta H}} \quad (sati)$

Srednja visinska razlika **ΔH** je: $\mathbf{\Delta H = H_s - H_u}$ (m)

gdje je:

- $\mathbf{H_s}$ (m.n.m.) srednja nadmorska visina sliva
- $\mathbf{H_u}$ (m.n.m.) nadmorska visina izlaznog protjecajnog profila

# MÜLEROVA FORMULA

Formula iz 1943. god., izvedena za Švicarsku

$$Q_{\max} = 40{,}0 \cdot \varphi \cdot A^{2/3} \qquad (m^3/s)$$

**A** ($km^2$) - površina sliva

**φ** – koeficijent koji zastupa sve čimbenike otjecanja, a dan je u zavisnosti od topografije i obraštenosti sliva vegetacijom a za proračun 100-godišnjeg protoka dan je prema slijedećoj tablici:

| Osobine sliva | Vrijednosti koeficijenta φ zavisno od pada sliva | | |
|---|---|---|---|
| | mali pad | osrednji pad | veliki pad |
| I. Područje iznad šumske vegetacije | 0,40 | 0,60 | 0,80 |
| II. Područje šuma | 0,20 | 0,40 | 0,60 |
| III. Ravnice, livade, oranice i šume | 0,10 | 0,30 | 0,50 |
| IV. Ravnice pod šumom | 0,05 | 0,20 | 0,40 |

# KREPSOVA FORMULA

**Formula za 100-godišnji maksimalan protok:**

$$Q_{100} = 90 \cdot Q_{sr}^{2/3} \qquad (m^3/s)$$

Formula vrijedi samo za slivove na kojima je srednji protok $Q_{sr} > 5,0$ $m^3/s$
Za slivove na kojima nema mjerenja protoka, srednji se protok proračunava temeljem mjerenih oborina pomoću slijedećeg parametarskog izraza:

$$Q_{sr} = \frac{P_e \cdot A}{T}$$

**$P_e$** (m) - je prosječna godišnja efektivna oborina;
**A** ($m^2$) - je površina sliva;
**T** = $31,54 \cdot 10^6$ (s) – broj sekundi u godini.

Prosječna godišnja oborina proračuna se iz prosječene bruto oborine

**Pe = c · P** , gdje je **P** – prosječna bruto oborina, a ***c*** je koeficijent otjecanja koji se proračuna pomoću izraza:

$$c = 0,88 - \frac{2,6 \cdot t + 24}{P}$$

***t*** (ºC) - prosječna godišnja temperatura zraka na slivu

# METODA PROF. SREBRENOVIĆA

Srebrenovićeva formula (metoda) je složena formula za izračunavanje maksimalnih (*vršnih*) protoka sa malih slivova, i to za razna povratna razdoblja. Formula u nelinearnom obliku iskazuje protok kao funkciju niza fiziografskih parametara.

$$Q_{\max,P} = 0{,}48 \frac{\alpha_P}{(\beta\omega)^{3/4}} A^{0{,}96} \cdot \Psi_P \cdot S^{1/3} \qquad (\mathrm{m^3/s})$$

**$Q_{maxP}$** ($m^3/s$) - maksimalni protok za povratno razdoblje od P godina;

**A** ($km^2$) - površina sliva

**$\alpha_P$** - koeficijent maksimalnog otjecanja koji se za prosječne godišnje oborine *1000 < P < 2000 mm* određuje prema formuli:

$$\alpha_P = 0{,}80 \cdot \left[1 + 0{,}075 \cdot \left(\log P - \beta\right)\right]$$

**P** (god) - povratno razdoblje

**$\beta$** - koeficijent ovisan o karakteristikama terena (geološkoj i pedološkoj građi, propusnosti, pošumljenosti i sl.), vrijednosti mu se kreću od 1 - 3 ;

**$\psi_p$** - parametar oborine (faktor oborine) , vrijednosti mu se određuju prema formuli:

$$\Psi_P = \left[H_s \cdot \left(1 + 1{,}5 \cdot \log P\right)\right]^{1{,}43}$$

**Hs** (m) - visina prosječnih godišnjih oborina

**$S$** (m/km) - pad sliva, određen izrazom: $$S = \frac{2\,\Delta H}{L}$$

# METODA PROF. SREBRENOVIĆA – nastavak 1.

**ΔH** - srednja visinska razlika sliva: $\Delta H = H_0 - H$

**$H_0$** (m.n.m.) - srednja nadmorska visina sliva

**H** (m.n.m.) - nadmorska visina izlaznog protjecajnog profila

**L** (km) - dulja stranica fiktivnog pravokutnika čija je površina jednaka površini sliva i izračunava se prema izrazu: $L = \sqrt{\frac{A \cdot (2 - K)}{K}}$

**K** - koeficijent koncentriranosti sliva, izračunava se prema: $K = \frac{2 \cdot A}{O \cdot U}$

**O** (km) - opseg sliva

**U** (km) - udaljenost težišta sliva od izlaznog protjecajnog profila

$\boldsymbol{\omega}$ - parametar koji zavisi od odnosa između vremena površinskog sabiranja vode i vremena tečenja uzduž korita vodotoka, a određen je izrazom: $\omega = 1 + t_2 / t_1$

$t_1$ - vrijeme površinskog sabiranja, proračunava se prema izrazu:

$$t_1 = \frac{20\,\beta}{\left[H_s \cdot (1 + 1{,}5 \log P)\right]^{0{,}57} \cdot S^{0{,}43}}$$

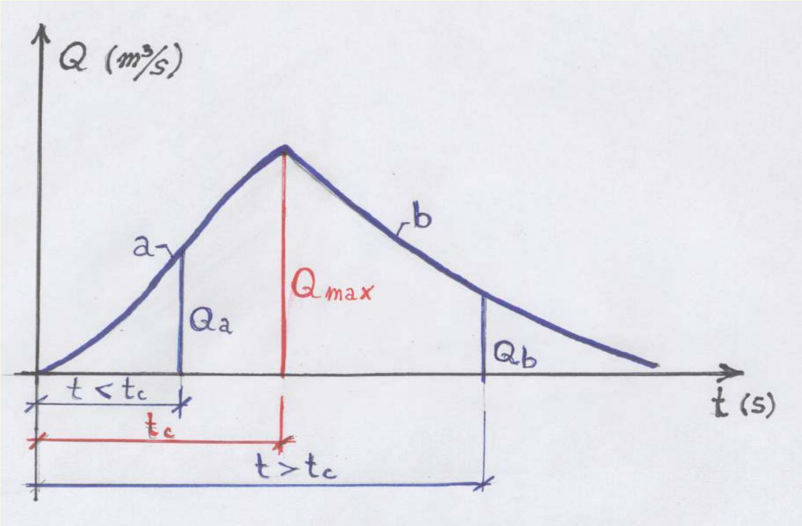
**$t_2$** - vrijeme tečenja duž vodotoka, proračunava se prema izrazu: $t_2 = 2{,}6(A / S)^{1/3}$

$\boldsymbol{\tau}$ - vrijeme koncentracje ili podizanja vodnog vala: $\boldsymbol{\tau = t_1 + t_2}$

# PARAMETARSKO DEFINIRANJE HIDROGRAMA VODNIH VALOVA

Često se u praksi ukazuje potreba da se za slivove na kojima nema hidrometrijskih mjerenja uz maksimalni protok definira i cjelokupan hidrogram vodnog vala.

Mnogi autori daju parametarske formule da definiranje hodrograma vodnih valova.




**Formule Reitza i Krepsa:**

a) za $t \leq t_c$ ... $Q = Q_{max} \cdot \left( \sin \frac{\pi t}{2 t_c} \right)^2$

b) za $t > t_c$ ... $Q = Q_{max} \cdot e^{-\alpha (t - t_c)}$

$t_c = 35 \sqrt{\frac{L}{\sqrt{\Delta H}}}$ ... vrijeme koncentracije (sati)

L ... Dužina sliva po glavnom koritu (km)

$\Delta H = H_t - H_p$ ... (m) razlika između srednje nadmorske visine sliva ($H_t$) i nadmorske visine ($H_p$) poprečnog profila korita na izlazu sliva

$\alpha = \frac{2}{t_c} \ln 2$ ... eksponencijalni koeficijent

e = 2,718 ... baza prirodnog logaritma

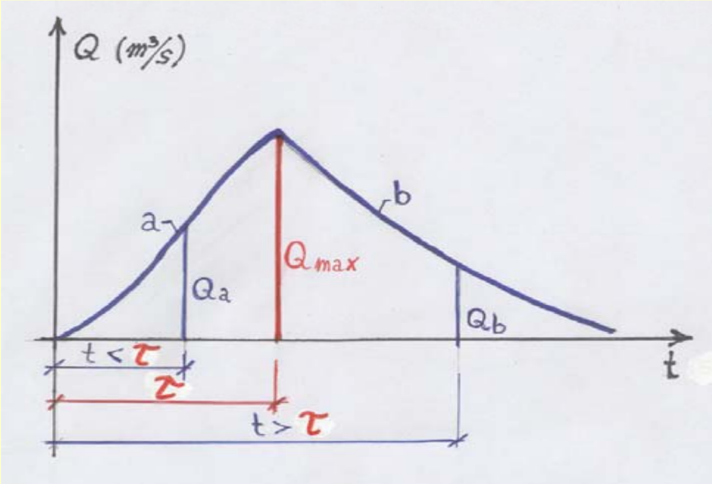
## Parametarsko definiranje hidrograma vodnih valova – *prema Srebrenoviću*

### Za male slivove:

a) za $t \leq t_c$ $$Q = Q_{\max} \left( \frac{t}{\tau} \right)^{\frac{n-1}{n}} \sin^2 \frac{\pi t}{2\tau}$$

b) za $t > t_c$ $$Q = Q_{\max} \left( \frac{t}{\tau} \right)^{-\frac{1}{n}}$$

$$n = 1{,}186 \cdot e^{\frac{0{,}146}{\log P}}$$




P ... odabrano povratno razdoblje

$\tau = t_1 + t_2$ ... vrijeme koncentracije – od ranije:

$$t_1 = \frac{20\beta}{\left[H_s \cdot (1 + 1{,}5 \log P)\right]^{0{,}57} \cdot S^{0{,}43}} \qquad t_2 = 2{,}6 (A/S)^{1/3}$$

### Za velike slivove
*na kojima nema izrazitog retardacijskog učinka*

$$Q = Q_{\max} \left( \frac{t}{\tau} \right)^6 \cdot e^{6\left(1 - \frac{t}{\tau}\right)}$$